

# **Informator o egzaminie eksternistycznym**

**od 2007 roku**

## **MATEMATYKA**

**Liceum ogólnokształcące**



**Warszawa 2007**

Opracowano w Centralnej Komisji Egzaminacyjnej  
we współpracy  
z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi  
w Łomży i Jaworznie

## **SPIS TREŚCI**

I. Informacje ogólne .....	5
II. Wymagania egzaminacyjne .....	7
III. Opis egzaminu.....	15
IV. Przykładowy arkusz egzaminacyjny.....	17



# I. INFORMACJE OGÓLNE

## Podstawy prawne

Aktami prawnymi regulującymi przeprowadzanie egzaminów eksternistycznych są:

1. Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (DzU z 2004 r., nr 256, poz. 2572, z późn. zm., w tym Ustawa z dnia 11 kwietnia 2007 roku o zmianie ustawy o systemie oświaty oraz o zmianie niektórych innych ustaw (DzU Nr 80, poz. 542).
2. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 18 września 2007 r. w sprawie egzaminów eksternistycznych (DzU nr 179, poz. 1273).
3. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 września 2007 r. w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania egzaminów eksternistycznych (DzU nr 184, poz. 1309).

## Warunki przystąpienia do egzaminów eksternistycznych

Do egzaminów eksternistycznych mogą przystąpić osoby, które ukończyły 18 lat i nie są uczniami szkół ani dziennych, ani wieczorowych.

Do egzaminu z zakresu liceum ogólnokształcącego dla dorosłych może przystąpić osoba, która ma świadectwo ukończenia gimnazjum lub świadectwo ukończenia ośmioletniej szkoły podstawowej.

Osoba, która chce zdawać egzaminy eksternistyczne i spełnia formalne warunki, powinna **dwa miesiące** przed sesją jesienną lub zimową złożyć w okręgowej komisji egzaminacyjnej właściwej swemu miejscu zamieszkania:

- **wniosek** o dopuszczenie do egzaminów eksternistycznych,
- **świadectwo (indeks)** potwierdzające ukończenie odpowiedniej szkoły lub klasy,
- **oświadczenie**, że nie jest uczniem (słuchaczem) szkoły,
- **kserokopię stron dowodu osobistego** zawierającego datę urodzenia i numer ewidencyjny PESEL.

Wniosek znajduje się na stronach internetowych OKE w formie załącznika do procedur organizowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych.

W ciągu 7 dni od daty złożenia wniosku dyrektor okręgowej komisji informuje pisemnie zainteresowane osoby o decyzji w sprawie dopuszczenia do egzaminów eksternistycznych.

Miesiąc przed rozpoczęciem sesji egzaminacyjnej osoba dopuszczona do egzaminów eksternistycznych składa dyrektorowi OKE **deklarację**, w której wskazuje, z jakich przedmiotów chce zdawać egzaminy w danej sesji i przedkłada **dowód wniesienia opłaty** za te egzaminy. Informacji o kosztach egzaminu udziela okręgowa komisja egzaminacyjna.



## II. WYMAGANIA EGZAMINACYJNE

### Standardy wymagań egzaminacyjnych do przeprowadzenia egzaminu eksternistycznego z matematyki z zakresu liceum ogólnokształcącego dla dorosłych

#### I. WIADOMOŚCI

Zdający zna:

- 1) techniki przeprowadzania obliczeń dokładnych i przybliżonych związanych z działaniami na liczbach rzeczywistych, potęgach, pierwiastkach i logarytmach, z użyciem wartości bezwzględnej oraz obliczeń procentowych;
- 2) techniki wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych, w zastosowaniu do działań na wielomianach i wyrażeniach wymiernych;
- 3) algorytmy potrzebne do rozwiązywania równań i nierówności i ich układów, w tym:
  - a) rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą, prostych równań wielomianowych i wymiernych,
  - b) opisywania zbiorów za pomocą równań, nierówności i ich układów;
- 4) pojęcia związane z funkcją i jej własnościami, w tym:
  - a) definicję funkcji liczbowej i jej wykresu,
  - b) definicje i własności funkcji kwadratowej, proporcjonalności odwrotnej, funkcji wykładniczej;
- 5) pojęcia związane z ciągiem liczbowym, w tym:
  - a) definicję i własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego,
  - b) wzór na  $n$ -ty wyraz i sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego;
- 6) związki miarowe i metryczne na płaszczyźnie i w przestrzeni potrzebne do rozwiązywania problemów z zakresu geometrii, w tym:
  - a) twierdzenie Pitagorasa i Talesa, funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym,
  - b) własności figur podobnych,
  - c) pojęcie odległości w układzie współrzędnych,
  - d) pojęcie kąta między prostą i płaszczyzną i kąta dwuściennego,
  - e) wzory na obliczanie pola figur geometrycznych i objętości brył;
- 7) podstawowe narzędzia i techniki potrzebne do wykonywania obliczeń wybranych wielkości statystycznych i prawdopodobieństw zdarzeń, w tym:
  - a) średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, odchylenie standardowe,

- b) zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych, w tym znajomość zasady mnożenia,
- c) prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych.

## **II. UMIEJĘTNOŚCI**

Zdający potrafi:

- 1) interpretować tekst matematyczny (precyzyjnie argumentować i formułować wypowiedzi);
- 2) posługiwać się definicją, twierdzeniem lub wzorem do rozwiązywania problemów matematycznych;
- 3) budować modele matematyczne zjawisk z różnych dziedzin życia i stosować je do:
  - a) opisywania związków między wielkościami liczbowymi za pomocą równań i nierówności,
  - b) zapisywania zależności między wielkościami liczbowymi za pomocą funkcji,
  - c) wyznaczania związków metrycznych i miarowych w otaczającej przestrzeni,
  - d) budowania modeli zjawisk losowych;
- 4) wykorzystywać algorytmy matematyczne do:
  - a) przeprowadzania obliczeń dokładnych i przybliżonych (w tym procentowych),
  - b) wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych,
  - c) opisywania zbiorów za pomocą równań, nierówności i ich układów,
  - d) rozwiązywania niektórych typów równań i ich układów,
  - e) sporządzania wykresów funkcji oraz odczytywania własności funkcji z wykresu,
  - f) wyznaczania związków miarowych dla figur płaskich i brył,
  - g) obliczania prawdopodobieństw zdarzeń;
- 5) przeprowadzić proste rozumowanie matematyczne (krytycznie analizować informacje, formułować hipotezy i dokonywać ich weryfikacji).



**Opis wymagań egzaminacyjnych, który uszczegółowia zakres treści oraz rodzaje informacji tworzonych i wykorzystywanych:**

Lp.	ZAGADNIENIA Zdający zna:	UMIĘTNOŚCI SPRAWDZANE NA EGZAMINIE Zdający:
1.	<p><b>Liczby rzeczywiste:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) liczby naturalne i całkowite,</li> <li>2) liczby wymierne; rozwinięcia dziesiętne</li> <li>3) liczby niewymierne,</li> <li>4) oś liczbowa; przedziały osi liczbowej,</li> <li>5) wartość bezwzględna,</li> <li>6) procenty i punkty procentowe; lokaty i kredyty,</li> <li>7) błąd przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych,</li> <li>8) pierwiastki (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych),</li> <li>9) potęgi liczb nieujemnych o wykładniku wymiernym i ich własności; informacja o własnościach potęg o wykładniku rzeczywistym,</li> <li>10) logarytmy; podstawowe własności logarytmów.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ planuje i wykonuje obliczenia w zbiorze liczb rzeczywistych,</li> <li>▪ porównuje liczby rzeczywiste,</li> <li>▪ wykonuje działania na zbiorach liczbowych,</li> <li>▪ wyznacza rozwinięcia dziesiętne,</li> <li>▪ konstruuje odcinki o długości niewymiernej,</li> <li>▪ usuwa niewymierność z mianownika ułamka,</li> <li>▪ zaznacza zbiory na osi liczbowej,</li> <li>▪ wykorzystuje definicję przedziału liczbowego; zaznacza przedział na osi liczbowej,</li> <li>▪ wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną,</li> <li>▪ zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: <math> x - a  = b</math>, <math> x - a  &lt; b</math>, <math> x - a  &gt; b</math>,</li> <li>▪ stosuje pojęcie procentu i punktu procentowego w obliczeniach,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania tekstowe (w tym dotyczące lokat i kredytów) prowadzące do obliczeń procentowych,</li> <li>▪ oblicza błąd przybliżenia oraz stosuje zasady szacowania wartości liczbowej,</li> <li>▪ oblicza pierwiastki, w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych,</li> <li>▪ wykonuje działania na pierwiastkach,</li> <li>▪ oblicza potęgi liczb nieujemnych o wykładnikach wymiernych oraz stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych,</li> <li>▪ stosuje w obliczeniach definicję logarytmu i podstawowe wzory związane z operacjami arytmetycznymi na logarytmach.</li> </ul>
2.	<p><b>Wyrażenia algebraiczne:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) wzory skróconego mnożenia, w tym <math>(a \pm b)^3</math>; <math>a^3 \pm b^3</math>,</li> <li>2) wielomiany, dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów,</li> <li>3) wyrażenia wymierne; dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ posługuje się wzorami skróconego mnożenia w tym na: sześcian sumy i różnicy, różnicę i sumę sześcianów,</li> <li>▪ przekształca wyrażenia algebraiczne,</li> <li>▪ rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów, wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias,</li> <li>▪ dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany,</li> <li>▪ wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną zmienną,</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ skraca i rozszerza wyrażenia wymierne,</li> <li>▪ dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne,</li> <li>▪ oblicza wartość liczbową wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej.</li> </ul>
<p><b>3.</b></p>	<p><b>Równania i nierówności:</b>  1) równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą,  2) proste równania wielomianowe,  3) proste równania wymierne.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe,</li> <li>▪ zapisuje rozwiązanie w postaci sumy przedziałów,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania (w tym umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do równań i nierówności kwadratowych,</li> <li>▪ rozwiązuje układy równań, z których jedno jest stopnia drugiego i które dają się sprowadzić do prostych równań wielomianowych lub wymiernych,</li> <li>▪ rozwiązuje równania wielomianowe metodą rozkładu na czynniki,</li> <li>▪ rozwiązuje proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. typu:  <math display="block">\frac{x+1}{x-2} = 2; \quad \frac{x+1}{x} = 2x,</math> </li> <li>▪ rozwiązuje zadania (w tym umieszczone w kontekście praktycznym) prowadzące do prostych równań wymiernych.</li> </ul>
<p><b>4.</b></p>	<p><b>Funkcje:</b>  1) różne sposoby określania funkcji,  2) odczytywanie własności funkcji z wykresu,  3) proste przekształcenia wykresów funkcji liczbowych,  4) funkcja liniowa,  5) funkcja kwadratowa,  6) funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>,  7) funkcja wykładnicza.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ określa funkcję za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego,</li> <li>▪ odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość najmniejszą i największą, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, jest stała, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości nieujemne, niedodatnie, ujemne, dodatnie,</li> <li>▪ potrafi na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> naszkicować wykresy funkcji <math>y = f(x+a)</math>, <math>y = f(x) + a</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>,</li> <li>▪ sporządza wykresy i odczytuje własności funkcji liniowych,</li> <li>▪ wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu,</li> <li>▪ wykorzystuje w zadaniach interpretację współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej,</li> <li>▪ zapisuje postać ogólną trójmianu kwadratowego danego w postaci kanonicznej i odwrotnie,</li> <li>▪ rozkłada trójmian kwadratowy na czynniki liniowe; zapisuje trójmian w postaci iloczynowej,</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ sporządza wykresy i odczytuje własności funkcji kwadratowych,</li> <li>▪ wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie fragmentu jej wykresu,</li> <li>▪ wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej i współrzędne wierzchołka,</li> <li>▪ wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania (w tym umieszczone w kontekście praktycznym), prowadzące do wyznaczania najmniejszej lub największej wartości funkcji kwadratowej w przedziale,</li> <li>▪ sporządza wykres, odczytuje własności i rozwiązuje zadania praktyczne związane z proporcjonalnością odwrotną,</li> <li>▪ sporządza wykresy i odczytuje własności funkcji wykładniczych,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania (w tym umieszczone w kontekście praktycznym) związane z funkcją wykładniczą.</li> </ul>
<b>5.</b>	<p><b>Ciągi:</b></p> <p>1) przykłady ciągów,  2) ciąg arytmetyczny,  3) ciąg geometryczny.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ podaje przykłady ciągów skończonych i nieskończonych,</li> <li>▪ bada monotoniczność ciągu,</li> <li>▪ wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym,</li> <li>▪ bada, czy ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny,</li> <li>▪ stosuje wzory na <math>n</math>-ty wyraz i sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego,</li> <li>▪ zapisuje ułamek okresowy w postaci ułamka zwykłego,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania stosując własności ciągów (w tym zadania umieszczone w kontekście praktycznym, np. związane z procentem składanym).</li> </ul>
<b>6.</b>	<p><b>Trygonometria:</b></p> <p>1) funkcje sinus, cosinus i tangens kąta ostrego,  2) proste związki między funkcjami trygonometrycznymi.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych,</li> <li>▪ rozwiązuje równania typu <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>, dla <math>0^\circ &lt; x &lt; 90^\circ</math>,</li> <li>▪ stosuje proste związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego,</li> <li>▪ znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.</li> </ul>

<p><b>7.</b></p>	<p><b>Planimetria:</b>  1) kąty w okręgu,  2) figury podobne,  3) zastosowania trygonometrii w planimetrii.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ korzysta z twierdzeń o kątach wpisanych i środkowych,</li> <li>▪ korzysta ze związków między kątem środkowym, kątem wpisanym i kątem między styczną a cięciwą okręgu,</li> <li>▪ wykorzystuje własności figur podobnych w zadaniach (także umieszczonych w kontekście praktycznym),</li> <li>▪ oblicza pola i obwody figur płaskich,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania wykorzystując związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii (w tym zadania umieszczone w kontekście praktycznym),</li> <li>▪ określa wzajemne położenie dwóch okręgów.</li> </ul>
<p><b>8.</b></p>	<p><b>Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej:</b>  1) równanie prostej na płaszczyźnie,  2) interpretacja geometryczna układu równań liniowych,  3) odległość punktów w układzie współrzędnych,  4) równanie okręgu.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ zapisuje równanie prostej w postaci ogólnej <math>Ax + By + C = 0</math> i kierunkowej <math>y = ax + b</math>,</li> <li>▪ wyznacza równanie prostej mając dane dwa jej punkty lub jeden punkt i współczynnik kierunkowy,</li> <li>▪ bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych,</li> <li>▪ wyznacza równanie prostej równoległej do danej,</li> <li>▪ wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej,</li> <li>▪ interpretuje geometrycznie układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,</li> <li>▪ oblicza odległości punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej,</li> <li>▪ oblicza odległość punktu od prostej,</li> <li>▪ wyznacza współrzędne środka odcinka,</li> <li>▪ zapisuje równanie okręgu o danym środku i promieniu,</li> <li>▪ wyznacza środek i promień okręgu danego równaniem <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math> lub <math>x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0</math>.</li> <li>▪ rozwiązuje zadania związane z równaniem okręgu (w tym zadania umieszczone w kontekście praktycznym).</li> </ul>
<p><b>9.</b></p>	<p><b>Stereometria:</b>  1) równoległość i prostopadłość w przestrzeni,  2) kąt między prostą i płaszczyzną, kąt dwuścienny,  3) zastosowania trygonometrii w stereometrii.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych,</li> <li>▪ wskazuje na rysunku rzutu bryły kąt dwuścienny i kąt między prostą i płaszczyzną,</li> <li>▪ oblicza miary kątów między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między odcinkami</li> </ul>

		<p>takimi jak krawędzie, przekątne, wysokości,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ oblicza objętość i pole powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów prostych z zastosowaniem trygonometrii.,</li> <li>▪ oblicza objętość i pole powierzchni walca, stożka i kuli z zastosowaniem trygonometrii.,</li> <li>▪ wyznacza związki miarowe w wielościanach i bryłach obrotowych z zastosowaniem trygonometrii,</li> <li>▪ rozwiązuje zadania (w tym zadania umieszczone w kontekście praktycznym) z wykorzystaniem związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych.</li> </ul>
10.	<p><b>Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe,</li> <li>2) zliczanie przypadków w prostych sytuacjach kombinatorycznych; zasada mnożenia,</li> <li>3) obliczanie prawdopodobieństwa w przypadku skończonej liczby zdarzeń elementarnych.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe danych; interpretuje te parametry dla danych empirycznych,</li> <li>▪ opisuje zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego,</li> <li>▪ wypisuje zdarzenia elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu,</li> <li>▪ wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń,</li> <li>▪ zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych,</li> <li>▪ stosuje zasadę mnożenia,</li> <li>▪ oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń w oparciu o twierdzenie znane jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa i własności prawdopodobieństwa.</li> </ul>



### III. OPIS EGZAMINU

Egzamin eksternistyczny z matematyki jest egzaminem pisemnym sprawdzającym wiadomości i umiejętności określone w *Standardach wymagań egzaminacyjnych do przeprowadzenia egzaminu eksternistycznego z matematyki z zakresu liceum ogólnokształcącego dla dorosłych* i polega na rozwiązaniu zadań zawartych w arkuszu egzaminacyjnym.

Egzamin trwa 120 minut. Zdający otrzymuje arkusz egzaminacyjny składający się z różnego rodzaju zadań zamkniętych i otwartych.

Wśród zadań zamkniętych mogą wystąpić:

- zadania wyboru wielokrotnego, w których zdający wybiera poprawną odpowiedź spośród kilku podanych propozycji
- zadania typu „prawda – fałsz”, w których zdający stwierdza prawdziwość (lub fałszywość) zdań zawartych w zadaniu
- zadania na dobieranie, w których zdający łączy ze sobą (przyporządkowuje do siebie) odpowiednie elementy (np. słowa, wyrażenia, fragmenty tekstu, ilustracje).

Wśród zadań otwartych mogą wystąpić:

- zadania z luką, w których zdający wstawia odpowiednie słowo, wyrażenie, liczbę jako uzupełnienie zwrotu, zdania, fragmentu tekstu
- zadania krótkiej odpowiedzi, w których zdający udziela odpowiedzi w formie jednego lub kilku wyrazów albo od jednego do kilku zdań
- zadania rozszerzonej odpowiedzi, w których zdający przedstawia poszczególne etapy rozwiązania zadania.

Pod każdym poleceniem w zadaniach otwartych znajduje się miejsce na ich rozwiązanie.

Obok każdego zadania podana jest liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie. Za rozwiązanie wszystkich zadań zdający może otrzymać 50 punktów.

#### **Zasady oceniania arkusza egzaminacyjnego**

1. Rozwiązania poszczególnych zadań oceniane będą na podstawie szczegółowych kryteriów oceniania, jednolitych w całym kraju.
2. Ocenianiu podlegają tylko te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia. Komentarze, nawet poprawne, wykraczające poza zakres polecenia nie będą oceniane.
3. Zdający otrzymuje punkty tylko za poprawne rozwiązania, precyzyjnie odpowiadające poleceniom zawartym w zadaniach.

4. Gdy do jednego polecenia zdający podaje kilka odpowiedzi (jedną prawidłową, inne nieprawidłowe), nie otrzymuje punktów.
5. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Prace napisane ołówkiem nie będą oceniane.
7. Prace egzaminacyjne oceniane będą w skali punktowej. Uzyskany przez zdającego wynik wyrażony w punktach przeliczany będzie na stopień szkolny według zasady opisanej w § 19 pkt 6 *Rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 18 września 2007 roku w sprawie egzaminów eksternistycznych*.

#### **Przeliczenia liczby punktów uzyskanych na egzaminie na stopień szkolny**

<b>Progi punktowe</b>	<b>Nazwa stopnia</b>
47 – 50 pkt	celujący (6)
39 – 46 pkt	bardzo dobry (5)
31 – 38 pkt	dobry (4)
23 – 30 pkt	dostateczny (3)
15 – 22 pkt	dopuszczający (2)
0 – 14 pkt	niedostateczny (1)

8. Zdający zdał egzamin eksternistyczny z danego przedmiotu, jeżeli otrzymał co najmniej stopień dopuszczający.
9. Wynik egzaminu wyrażony w skali stopni szkolnych odnotowany będzie na świadectwie ukończenia szkoły.
10. Wynik egzaminu ustalony przez okręgową komisję egzaminacyjną jest ostateczny.



## IV. PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY





---

# EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

## LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE

Czas pracy 120 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1 – 22). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań otwartych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj  pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.

*Życzymy powodzenia!*

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

---

Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

***W zadaniach od 1. do 10. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Podkreśl tylko jedną poprawną odpowiedź.***

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Rozwiązaniem nierówności  $x^2 > 5$  jest

- A.  $(5, +\infty)$
- B.  $(\sqrt{5}, +\infty)$
- C.  $(-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$
- D.  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Wielomian  $W(x) = x^3 - x$  po rozłożeniu na czynniki liniowe ma postać

- A.  $x(x+1)(x-1)$
- B.  $x(x-1)(x-1)$
- C.  $-x(x+1)(x-1)$
- D.  $-x(x-1)(x-1)$

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Z faktu, że  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$  i  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  wynika, że cosinus tego kąta jest równy

- A.  $\frac{24}{25}$
- B.  $\frac{4}{5}$
- C.  $\frac{4\sqrt{6}}{5}$
- D.  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

**Zadanie 4. (1 pkt)**

Dziedziną funkcji  $f(x) = \frac{2}{x(x-3)}$  jest

- A.  $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
- B.  $(-\infty, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$
- C.  $(-\infty, 0) \cup (0, 3) \cup (3, +\infty)$
- D.  $(-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$

**Zadanie 5. (1 pkt)**

W pewnym ciągu arytmetycznym  $a_5 = -2$  i  $a_{15} = 18$ . Wyraz ogólny tego ciągu można określić wzorem

- A.  $a_n = n - 6$
- B.  $a_n = 2n - 12$
- C.  $a_n = 3n - 17$
- D.  $a_n = 0,5 \cdot (n - 1) - 4$

**Zadanie 6. (1 pkt)**

Prosta o równaniu  $y = -3x + 4$  jest prostopadła do prostej o równaniu

- A.  $y = -3x + 1$
- B.  $y = -\frac{1}{3}x + 4$
- C.  $y = \frac{1}{3}x - 1$
- D.  $y = 3x - 4$

**Zadanie 7. (1 pkt)**

Liczba  $b$  spełniająca warunek  $\log_2 b = 5$  jest równa

- A. 32
- B. 10
- C. 16
- D. 25

**Zadanie 8. (1 pkt)**

Pole sześciokąta foremnego o boku długości 3 cm jest równe

- A.  $\frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$
- B.  $\frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$
- C.  $27\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- D.  $\frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Wzór funkcji kwadratowej  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$  dla  $x \in R$  zapisany w postaci kanonicznej to

A.  $f(x) = \left(x - 1\frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

B.  $f(x) = \left(x + 1\frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

C.  $f(x) = -\left(x - 1\frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

D.  $f(x) = -\left(x + 1\frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Sklepy X i Y sprzedawały towar w styczniu w tej samej cenie. Sklep X podniósł cenę o 20% w lutym i o 20% w marcu, a sklep Y podniósł cenę tylko w marcu o 40%. W którym sklepie cena tego towaru w kwietniu była wyższa?

A. Taka sama w obu sklepach.

B. Wyższa w sklepie X.

C. Wyższa w sklepie Y.

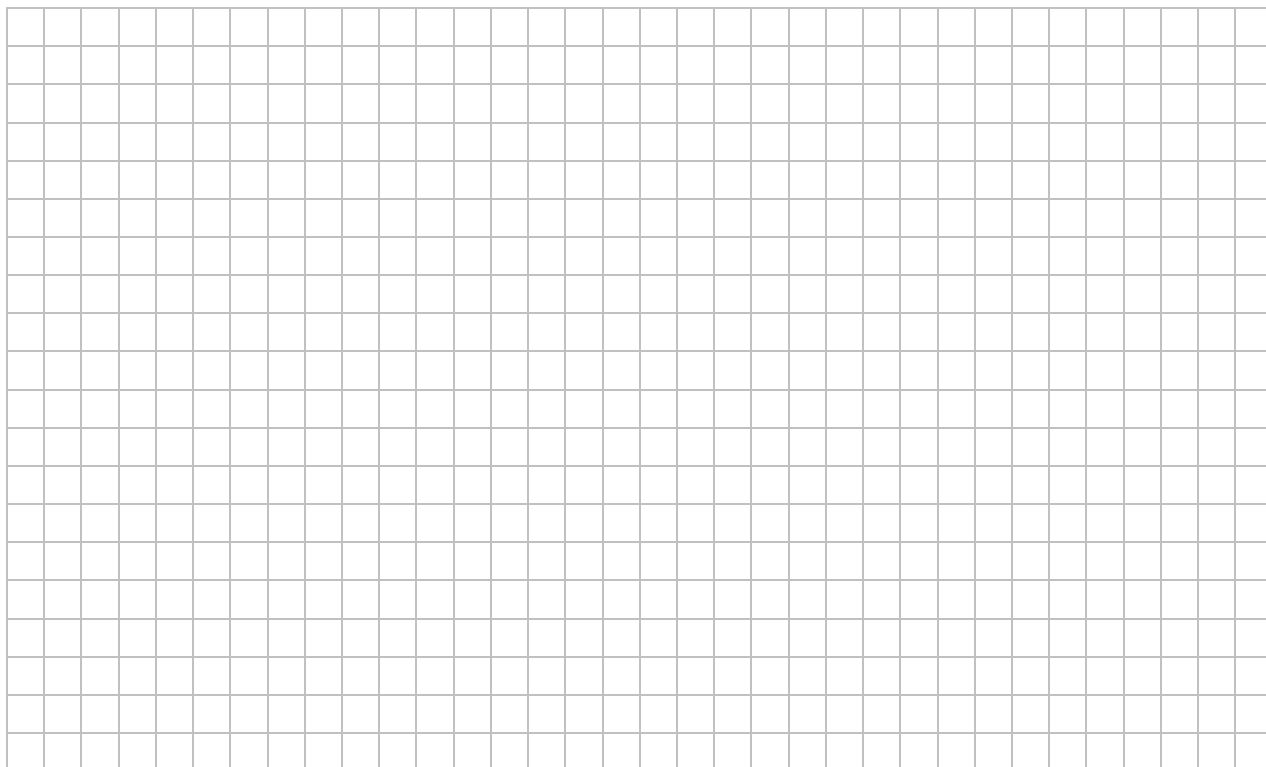
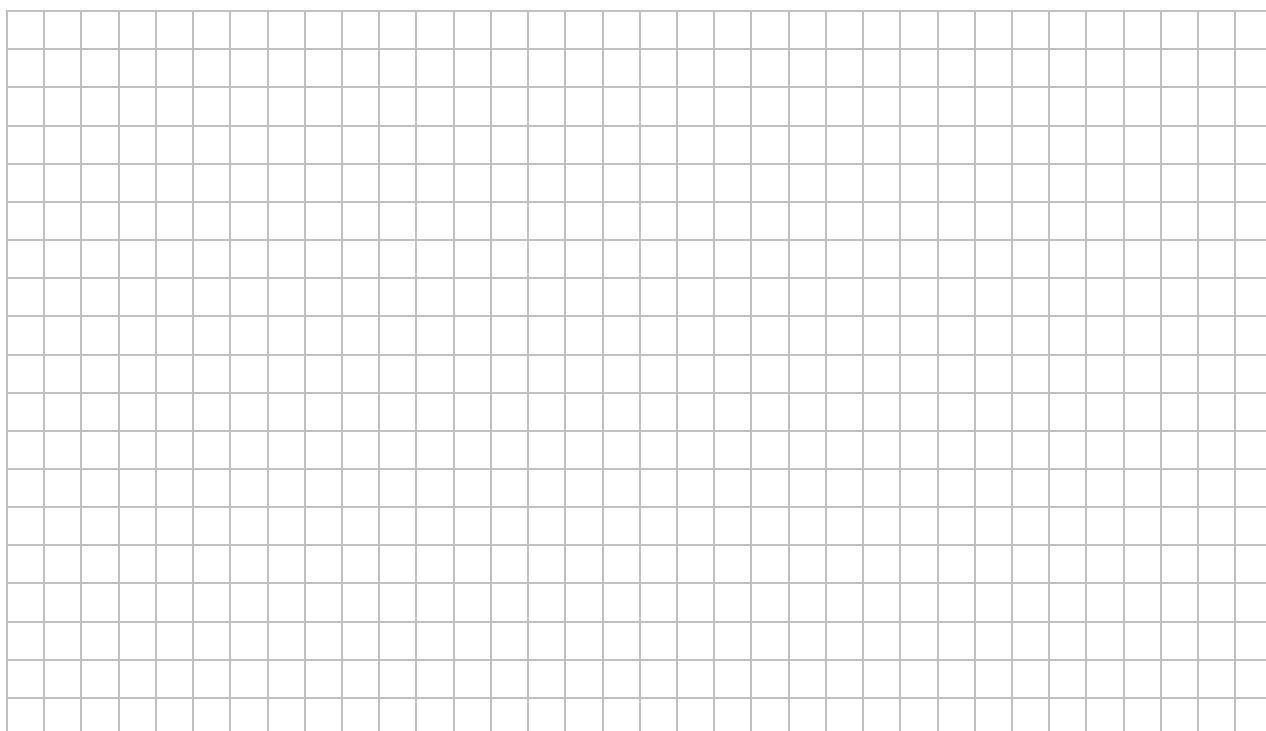
D. Nie wiadomo, bo nie jest znana cena tego towaru w styczniu.

**Zadanie 11. (5 pkt)**

Oceń prawdziwość zdań, wpisując obok każdego zdania odpowiednio PRAWDA lub FAŁSZ.

a)  $\frac{(x+1)^2}{x^2-1} : \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}$  gdzie  $x \neq 1$  i  $x \neq -1$ .

b) Funkcja  $y = -4 - x$  jest funkcją rosnącą.c) Układ  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$  jest układem równań sprzecznych.d) Wykres funkcji  $y = \frac{5}{x}$  leży w I i III ćwiartce układu współrzędnych.e) Wykres funkcji  $f(x) = \frac{-2}{x}$  jest obrazem wykresu funkcji  $g(x) = \frac{2}{x}$  w symetrii względem osi  $Oy$ .

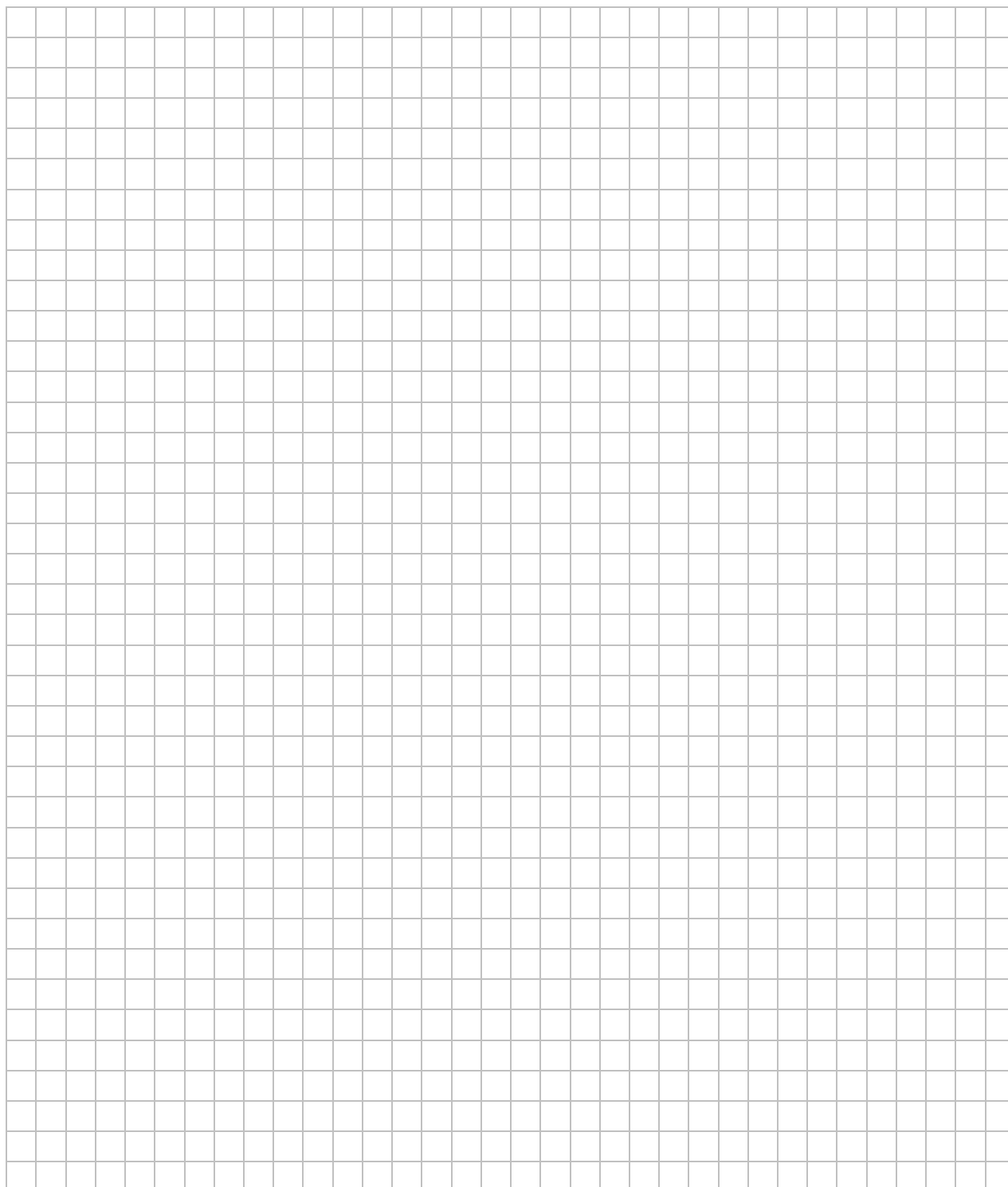
**Zadanie 12. (2 pkt)**Rozwiąż równanie  $x^4 - 16x^2 = 0$ **Zadanie 13. (3 pkt)**Oblicz wartość wyrażenia:  $3\sqrt{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-2}$ . Wynik zapisz w postaci potęgi liczby 3.

**Zadanie 14. (2 pkt)**

Wyniki rocznej klasyfikacji z matematyki w pewnej klasie ilustruje tabela:

Ocena	celujący (6)	bardzo dobry (5)	dobry (4)	dostateczny (3)	dopuszczający (2)	niedostateczny (1)
Liczba uczniów	2	4	10	9	4	1

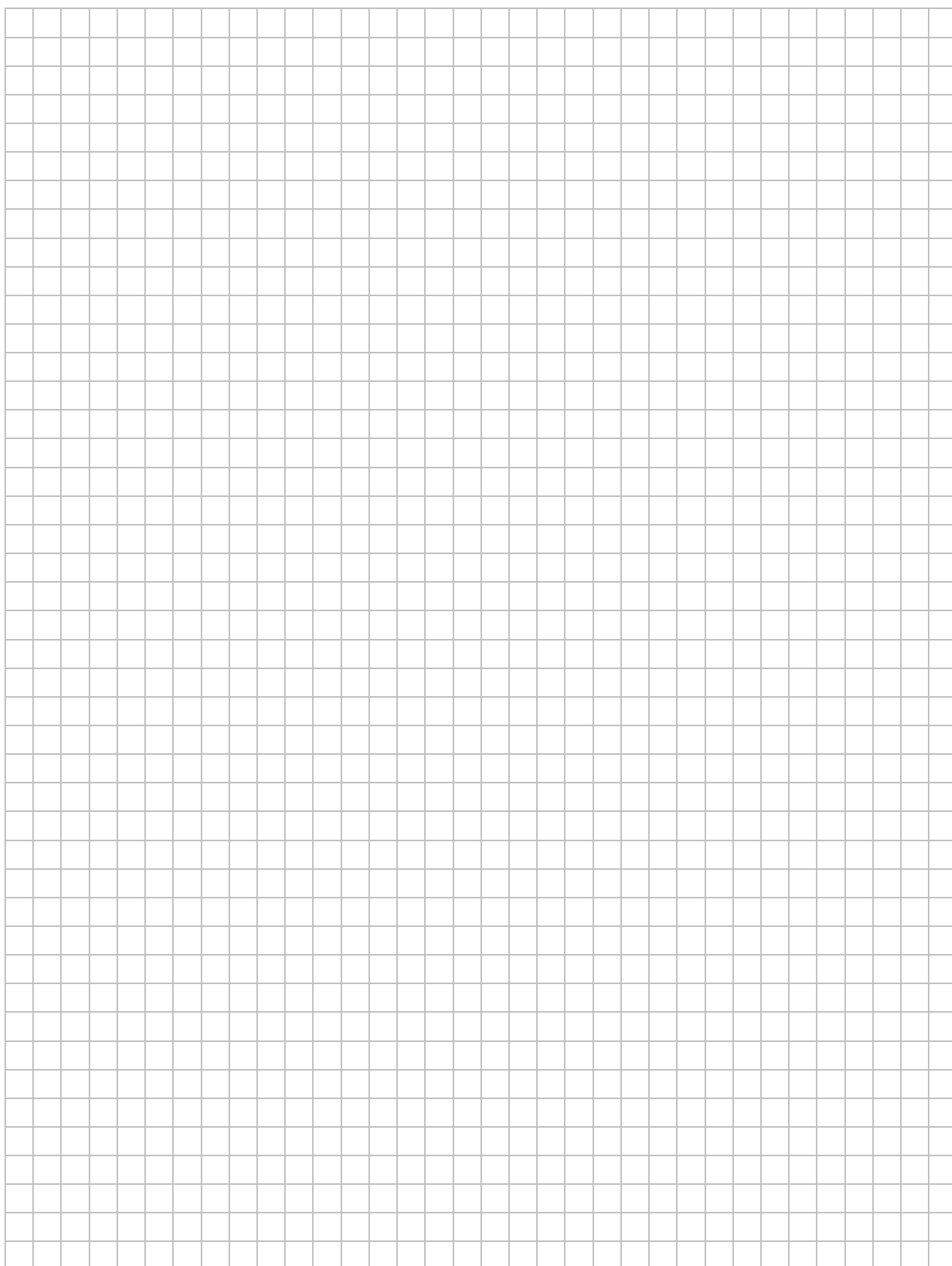
- a) Oblicz, jaki procent uczniów tej klasy otrzymało ocenę dostateczną.  
b) Oblicz średnią arytmetyczną ocen z matematyki w tej klasie.





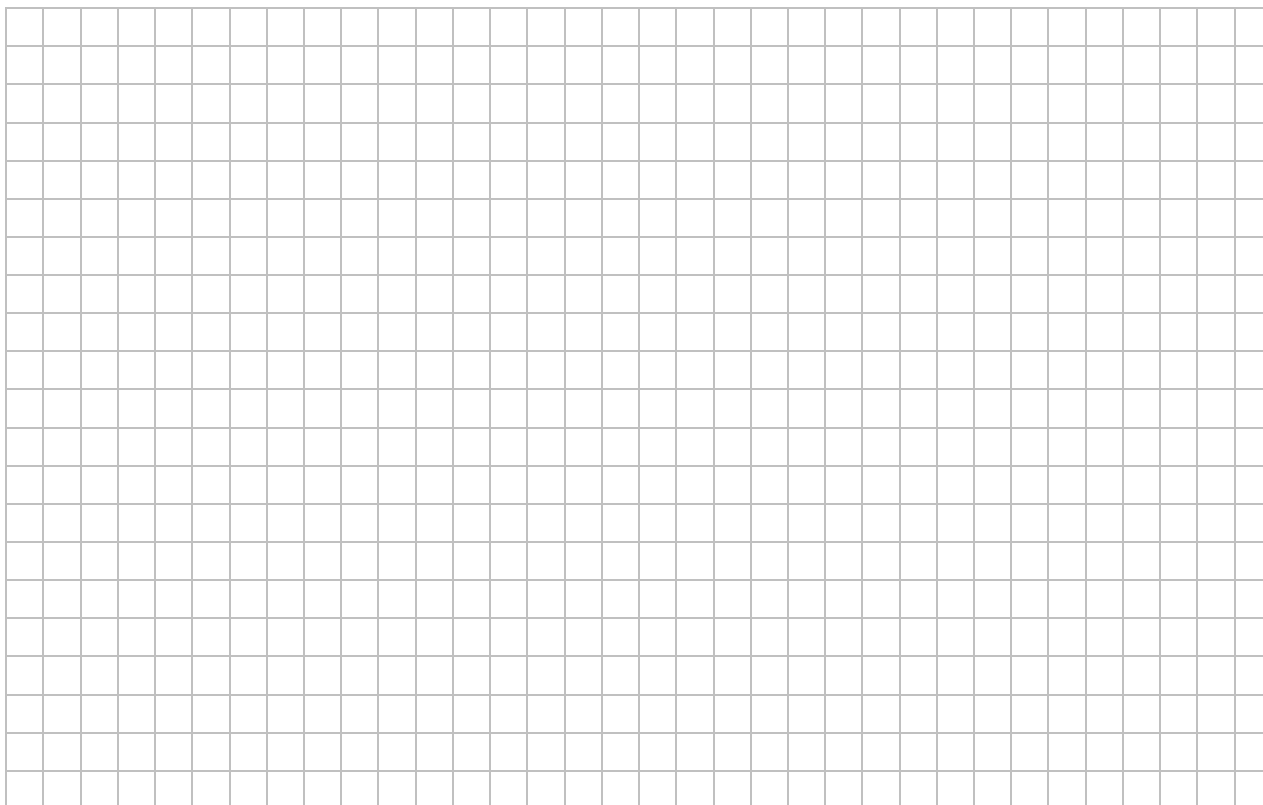
**Zadanie 15. (3 pkt)**

Dana jest prosta o równaniu  $y = 3x - 1$  oraz okrąg o środku w punkcie  $S = (1, -2)$  i promieniu  $r = \sqrt{2}$ . Sporządź rysunek pomocniczy. Oblicz odległość środka okręgu od danej prostej.

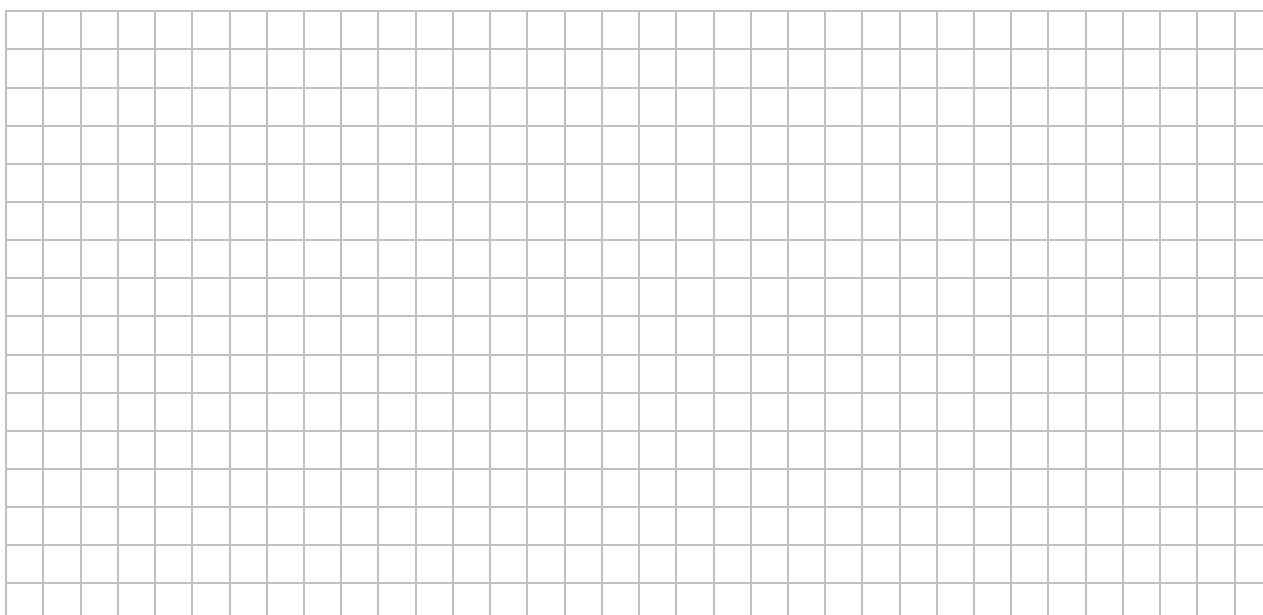


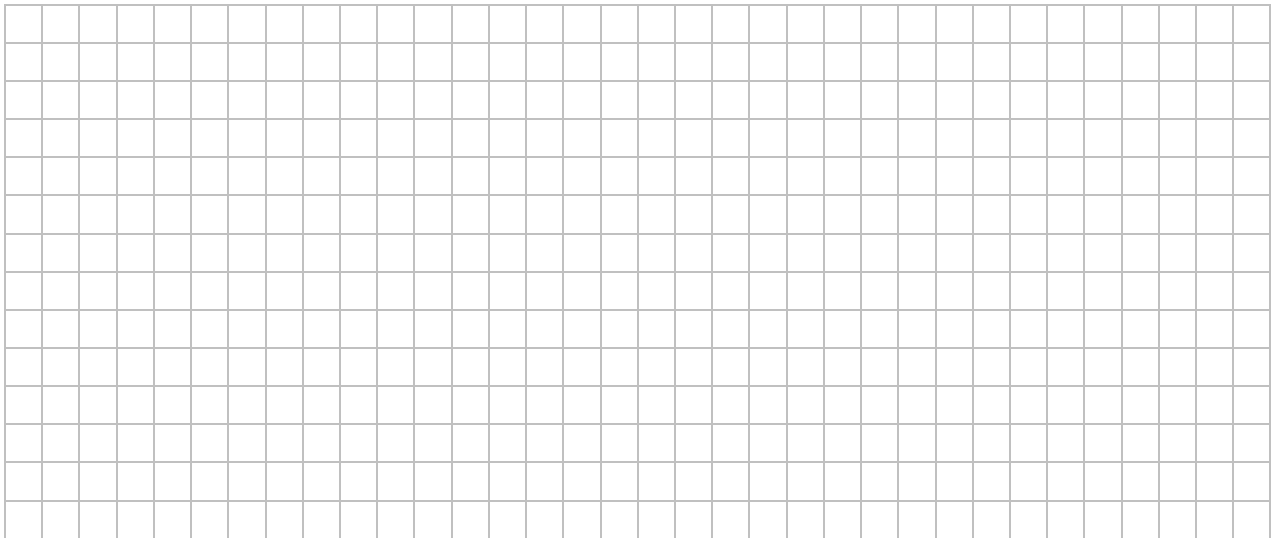
**Zadanie 16. (4 pkt)**

Liczby:  $x + \frac{1}{2}$ ,  $2x - 5$ ,  $4x + 2$  w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz  $x$  oraz iloraz tego ciągu.

**Zadanie 17. (4 pkt)**

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego  $A_1B_1C_1$  mają długości  $\sqrt{3}$  cm, 3 cm. Pole trójkąta  $A_2B_2C_2$  do niego podobnego jest równe  $6\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>. Oblicz obwód trójkąta  $A_2B_2C_2$ .





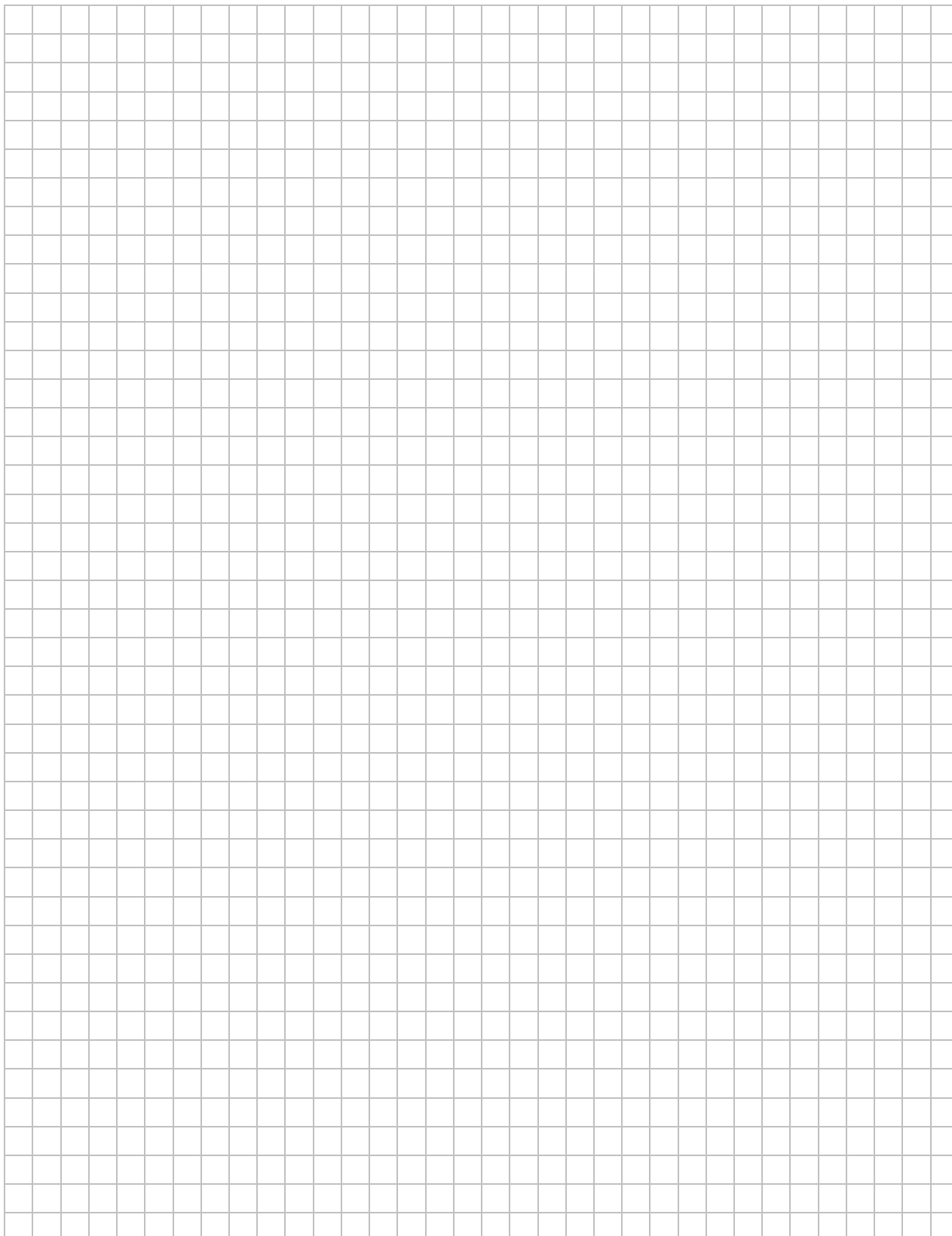
**Zadanie 18. (3 pkt)**

Rzucamy symetryczną, sześcienną kostką do gry i symetryczną monetą. Wypisz zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych dla tego doświadczenia. Wypisz zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu: wypadnie orzeł i więcej niż 3 oczka. Oblicz prawdopodobieństwo tego zdarzenia.



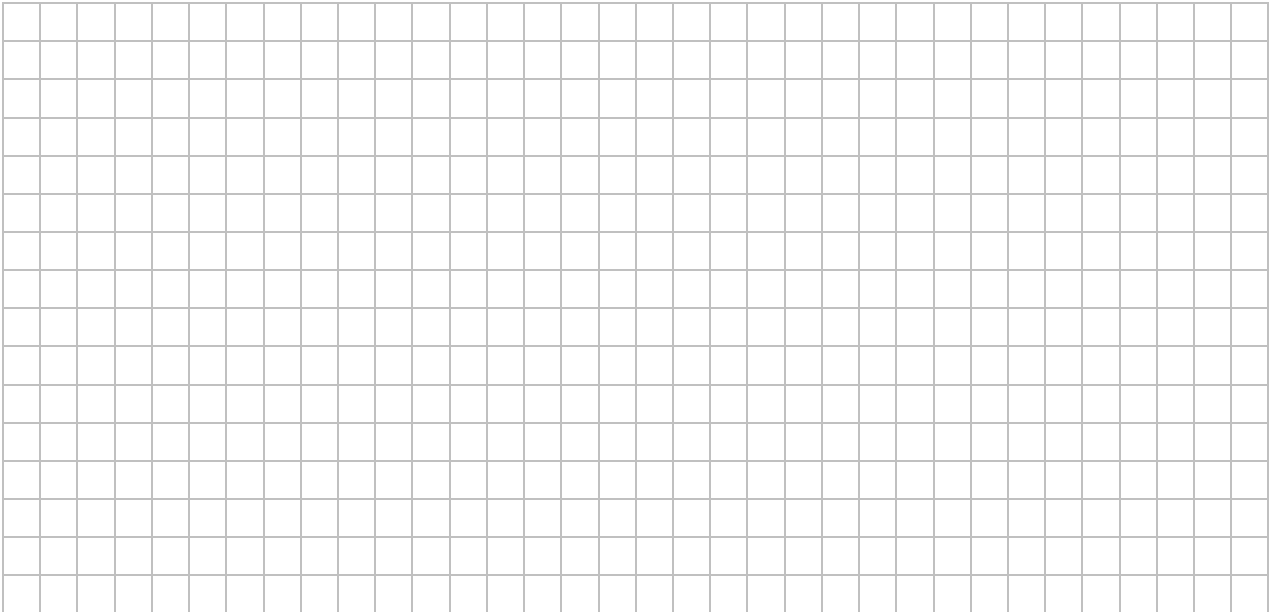
**Zadanie 19. (4 pkt)**

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny o wysokości 6 i objętości  $27\sqrt{3}$ . Oblicz tangens kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej do płaszczyzny podstawy. Sporządź rysunek pomocniczy i zaznacz na nim opisany w zadaniu kąt.



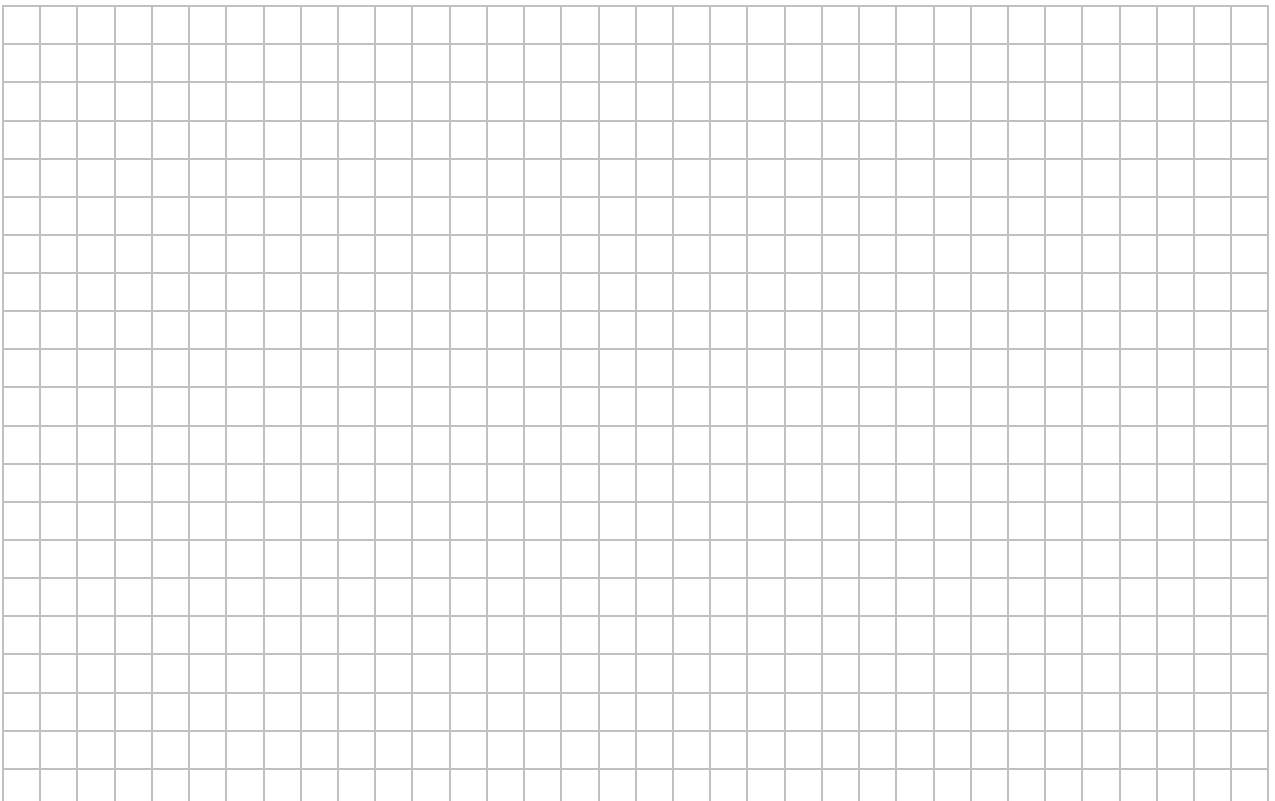
**Zadanie 20. (3 pkt)**

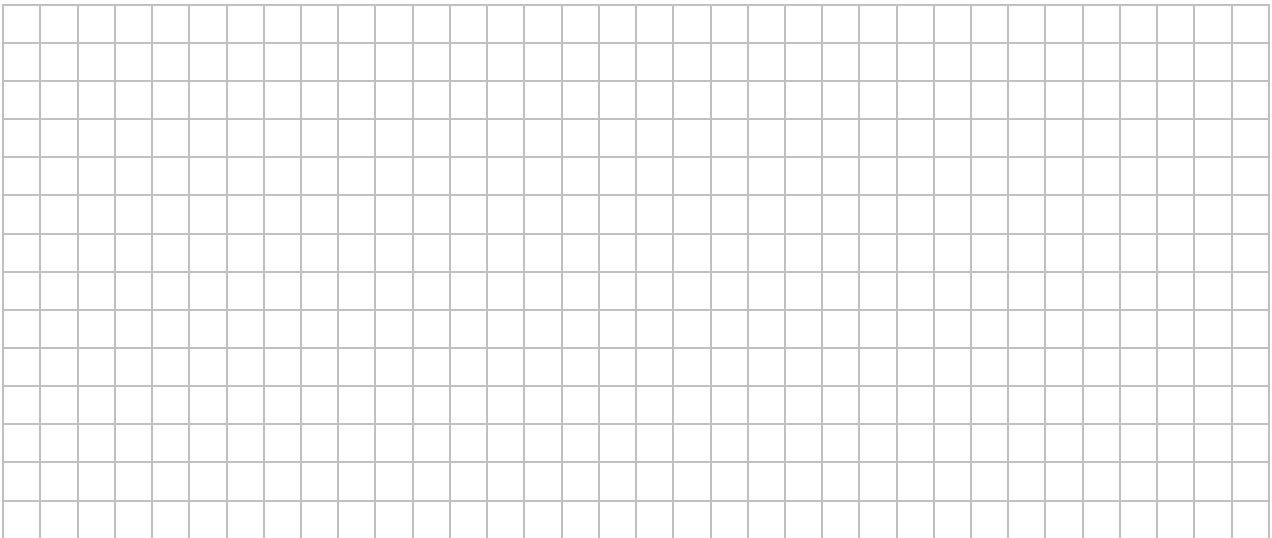
Pole trójkąta jest równe  $77 \text{ cm}^2$ . Wysokość trójkąta jest o 3 cm dłuższa od długości boku, na który jest poprowadzona. Oblicz długość tego boku.

**Zadanie 21. (2 pkt)**

Dana jest funkcja  $g(x) = \begin{cases} -1 & \text{dla } x < -1 \\ 2x+1 & \text{dla } -1 \leq x \leq 1 \\ 3 & \text{dla } x > 1 \end{cases}$

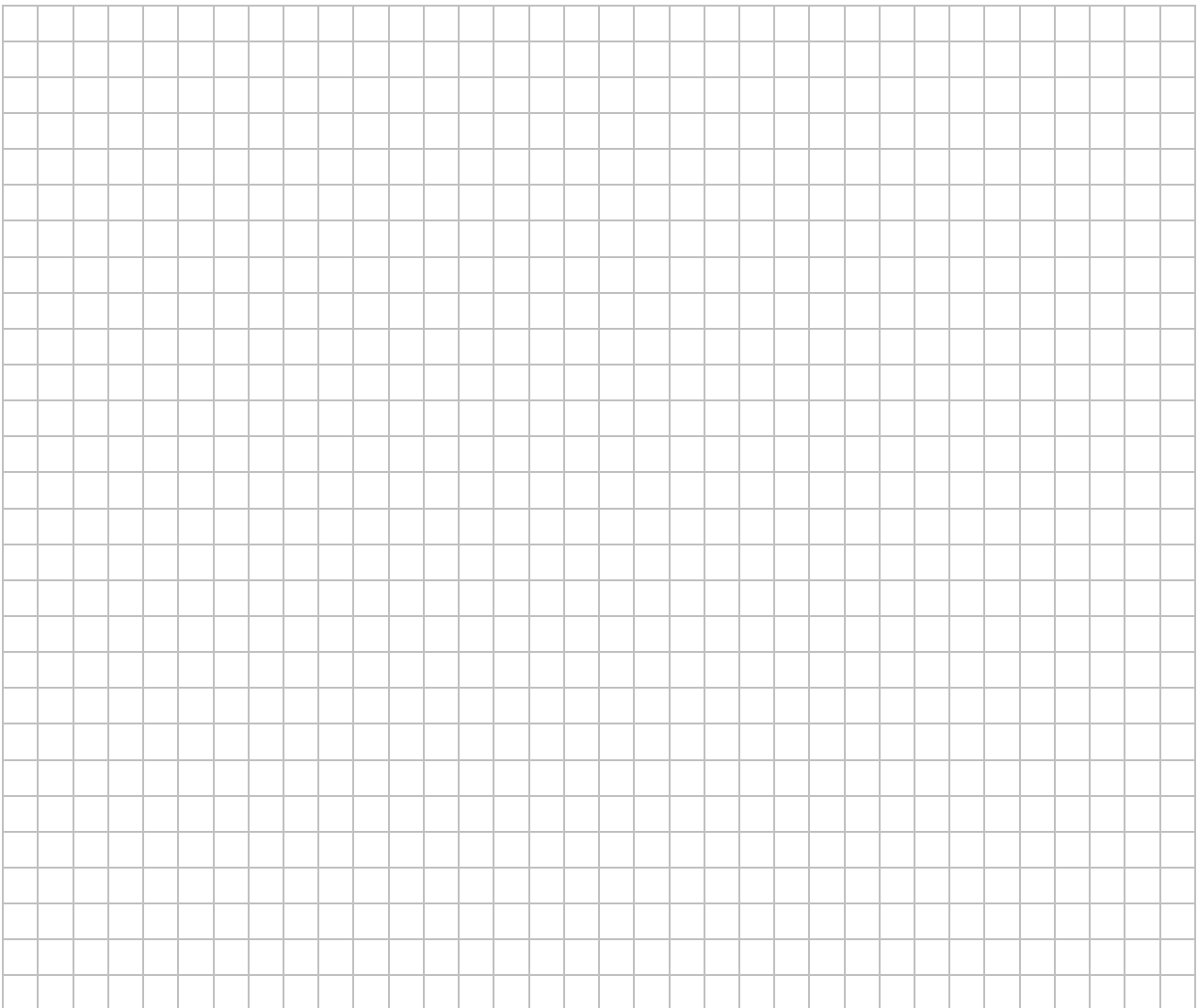
Naszkicuj wykres funkcji  $g$  i podaj jej zbiór wartości.





**Zadanie 22. (5 pkt)**

Dane są liczby:  $a = \left| \frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \right|$ ,  $b = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ . Wykaż, że iloczyn tych liczb jest liczbą naturalną.



# **BRUDNOPIS**

## ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

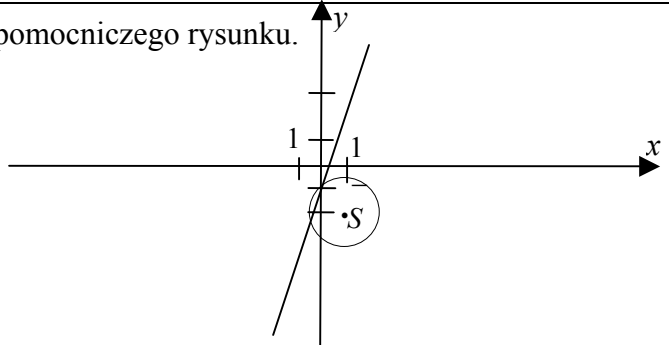
### Zadania zamknięte

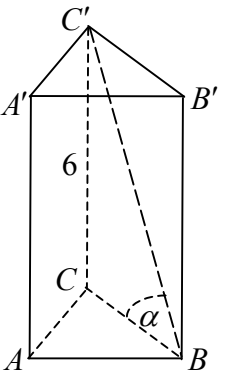
Nr zadania	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11a</b>	<b>11b</b>	<b>11c</b>	<b>11d</b>	<b>11e</b>
Poprawna odpowiedź	C	A	D	C	B	C	A	D	C	B	PRAWDA	FALSZ	FALSZ	PRAWDA	PRAWDA
Liczba punktów	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Nr standardu	<b>I.3</b>	<b>I.2</b>	<b>I.6</b>	<b>I.4</b>	<b>I.5</b>	<b>I.6</b>	<b>I.1</b>	<b>I.6</b>	<b>I.4</b>	<b>II.4</b>	<b>I.2</b>	<b>I.4</b>	<b>I.3</b>	<b>I.4</b>	<b>I.4</b>

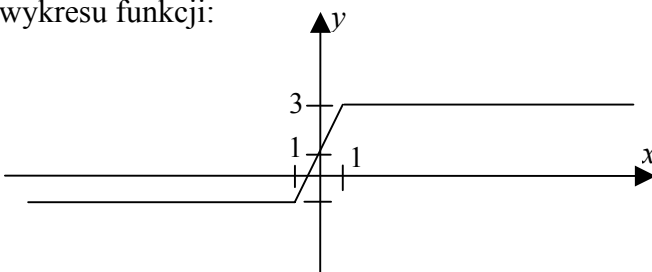
### Zadania otwarte

Nr zadania	Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów	Nr standardu	Uwagi
12	12.1	Zapisanie lewej strony równania w postaci iloczynowej: $x^2(x^2 - 16) = 0$ .	1	<b>II.4</b>	
	12.2	Rozwiązanie równania: $x = 0$ lub $x = -4$ lub $x = 4$ .	1	<b>II.4</b>	
13	13.1	Zapisanie pierwiastka $\sqrt{27}$ w postaci potęgi liczby 3: $3^{\frac{3}{2}}$ .	1	<b>I.1</b>	
	13.2	Zapisanie potęg $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-2}$ w postaci potęgi liczby 3: $3^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^8$ .	1	<b>I.1</b>	
	13.3	Zapisanie wartości wyrażenia jako potęgi liczby 3: $3^9$ .	1	<b>I.1</b>	
14	14.1	Obliczenie, jaki procent uczniów otrzymał ocenę dostateczną: 30%.	1	<b>I.1</b>	
	14.2	Obliczenie średniej ocen z matematyki: 3, 6.	1	<b>I.7</b>	



15	15.1	Sporządzenie pomocniczego rysunku. 	1	<b>II.2</b>	
	15.2	Zastosowanie wzoru na odległość punktu od prostej i zapisanie zależności, np. $d = \frac{ 3 \cdot 1 + 2 - 1 }{\sqrt{3^2 + 1^2}}$ lub wskazanie innej metody.	1	<b>I.6</b>	
	15.3	Obliczenie odległości środka okręgu od danej prostej: $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ .	1	<b>II.2</b>	
16	16.1	Wykorzystanie własności ciągu geometrycznego do zapisania równania: $(2x - 5)^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)(4x + 2)$ .	1	<b>II.3</b>	
	16.2	Przekształcenie równania do postaci: $4x^2 - 20x + 25 = 4x^2 + 4x + 1$ .	1	<b>II.3</b>	
	16.3	Rozwiązanie równania: $x = 1$ .	1	<b>II.3</b>	
	16.4	Wyznaczenie ilorazu ciągu: $q = -2$ .	1	<b>II.3</b>	
17	17.1	Obliczenie pola trójkąta $A_1B_1C_1$ : $P_1 = 1,5\sqrt{3}$ .	1	<b>II.4</b>	
	17.2	Obliczenie skali podobieństwa: $k = 2$ .	1	<b>II.4</b>	
	17.3	Obliczenie przeciwprostokątnej trójkąta $A_1B_1C_1$ : $2\sqrt{3}$ .	1	<b>II.4</b>	
	17.4	Obliczenie obwodu trójkąta $A_2B_2C_2$ : $6(1 + \sqrt{3})$ cm.	1	<b>II.4</b>	

18	18.1	Wypisanie zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych, np.: $\Omega = \{(1, O)(2, O)(3, O)(4, O)(5, O)(6, O)(1, R)(2, R)(3, R)(4, R)(5, R)(6, R)\}$ .	1	<b>II.4</b>	
	18.2	Wypisanie zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu, np.: $A = \{(4, O)(5, O)(6, O)\}$ .	1	<b>II.4</b>	
	18.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia $A$ : $P(A) = \frac{1}{4}$ .	1	<b>II.4</b>	
19	19.1	Sporządzenie rysunku graniastosłupa z zaznaczeniem odpowiedniego kąta. 	1	<b>II.4</b>	
	19.2	Zapisanie objętości graniastosłupa w zależności od długości krawędzi podstawy: $27\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 6$ , gdzie $a$ – długość krawędzi podstawy	1	<b>II.4</b>	
	19.3	Obliczenie długości krawędzi podstawy: $a = 3\sqrt{2}$ .	1	<b>II.4</b>	
	19.4	Obliczenie tangensa kąta: $\sqrt{2}$ .	1	<b>II.4</b>	

20	20.1	Wprowadzenie niewiadomej np. $x$ - długość podstawy i zapisanie równania: $\frac{1}{2}x(x+3) = 77$ .	1	<b>II.3</b>	
	20.2	Rozwiązanie równania: $x = -14 \vee x = 11$ .	1	<b>II.3</b>	
	20.3	Wybór właściwego rozwiązania i podanie odpowiedzi: Podstawa ma długość 11 cm.	1	<b>II.3</b>	
21	21.1	Narysowanie wykresu funkcji: 	1	<b>II.4</b>	
	21.2	Podanie zbioru wartości funkcji: $\langle -1, 3 \rangle$ .	1	<b>II.4</b>	
22	22.1	Zauważenie, że $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} < 0$ i zapisanie liczby $a$ w postaci: $a = \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ .	1	<b>II.2</b>	
	22.2	Przedstawienie liczby $5 - 2\sqrt{6}$ w postaci kwadratu różnicy: $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ .	1	<b>II.2</b>	
	22.3	Przedstawienie liczby $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$ bez symbolu pierwiastka: $b =  \sqrt{2} - \sqrt{3} $ .	1	<b>II.2</b>	
	22.4	Zauważenie, że $\sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$ i zapisanie liczby $b$ w postaci: $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ .	1	<b>II.2</b>	
	22.5	Wykazanie, że iloczyn liczb $a$ i $b$ jest liczbą naturalną: $a \cdot b = 2$ .	1	<b>II.2</b>	